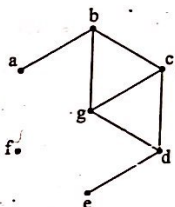


|                                 |                |                                              |                         |                                      |
|---------------------------------|----------------|----------------------------------------------|-------------------------|--------------------------------------|
| نام و نام خانوادگی :            |                | باسمه تعالی                                  | شماره صندلی :           | تاریخ امتحان : ۹۹/۱۰/۰۹              |
| نام درس: ریاضیات گسسته          |                | اداره کل آموزش و پرورش استان البرز           | ساعت امتحان : ۰۸:۳۰ صبح |                                      |
| نوبت و سال تحصیلی : اول ۹۹-۱۴۰۰ |                | مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ کرج             | وقت امتحان : ۸۵ دقیقه   |                                      |
| پایه : دوازدهم ریاضی            |                | دبیرستان غیردولتی پژوهندگان علم (متوسطه اول) | تعداد صفحه : : صفحه :   |                                      |
| نمره به عدد :                   | نمره به حروف : | نام دبیر :                                   | امضاء                   | نمره تجدید نظر به عدد و حروف : امضاء |

به سوالات زیر با دقت پاسخ دهید

- ۱- گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید:  
(برای هر دو عدد حقیقی  $x$  و  $y$  داریم:  $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$ )
- ۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد گنگ باشند ولی  $\alpha + \beta$  گویا باشد، ثابت کنید  $\alpha + 2\beta$  گنگ است.
- ۳- معادله همبستگی  $13 \equiv 3x$  را حل و جواب عمومی آن را به دست آورید.
- ۴- اگر  $a > 1$  و  $a|9k + 4$  و  $a|5k + 3$  ثابت کنید  $a$  عددی اول است.
- ۵- اگر اول مهرماه در یک سال روز یکشنبه باشد ۷ اسفندماه در همان سال چه روزی از هفته است؟
- ۶- به چند طریق می‌توان ۲۹۰۰۰ تومان را به اسکناس‌های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد؟
- ۷- اگر  $a$  عددی صحیح و فرد باشد و  $a + 2$  در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد  $(a^2 + b^2 + 3)$  بر ۸ را بیابید.
- ۸- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر دو عدد ۷ و ۸ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۵۶ بیابید.
- ۹- اگر عددی مانند  $k$  در  $\mathbb{Z}$  باشد به طوری که  $4k + 1$ ، ثابت کنید:  $25 | 16k^2 + 28k + 6$
- ۱۰- گزاره‌های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض آن‌ها را رد کنید.  
(الف) مربع و مکعب هر عدد فرد عددی فرد است.  
(ب) میانگین پنج عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی است.
- ۱۱- باقیمانده تقسیم  $3^{15}$  بر ۱۷ را بیابید.
- ۱۲- گراف کامل  $K_7$  دارای ۳۶ یال است در این گراف، مرتبه گراف و  $\Delta(G)$  را مشخص کنید.
- ۱۳- با توجه به گراف  $G$  (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید.



- الف) مسیر به طول ۳ از  $a$  به  $c$  بنویسید.
- ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید.
- پ) درجه رأس  $a$  در گراف  $G$  را تعیین کنید.
- ت) آیا گراف  $G$  همبند است؟ چرا؟
- ث) یک زیرگراف تهی ۵ رأسی از گراف  $G$  رسم کنید.
- ۱۴- آیا گراف ۷ رأسی ۳-منتظم وجود دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.